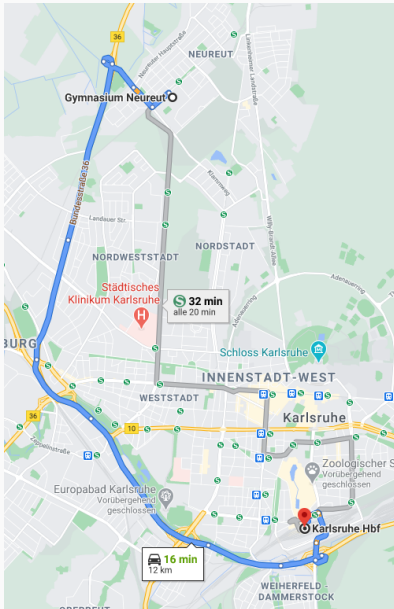


Graphen



- Wie geht so etwas?
- Teilprobleme:
 - “Rechnerverständliche”
Repräsentation der
(Straßen)karte
 - Suche eines (kurzen) Weges
von A nach B

- Ein **Graph** ist ein “Gebilde” aus Knoten und Kanten zwischen diesen Knoten
- Etwas formaler:
 - Graph $G = (V, E)$ mit
 - V : Menge der Knoten (vertex)
 - E : Menge der Kanten (edge)
- Ein Graph kann **ungerichtet** oder **gerichtet** sein
- Ein Graph kann **ungewichtet** oder **gewichtet** sein

Graphische Darstellung

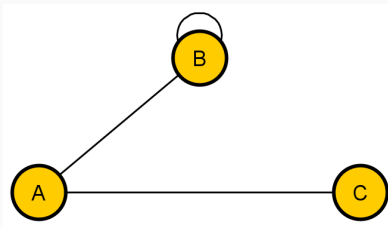


Abbildung 1: Ungerichtet/ungewichtet

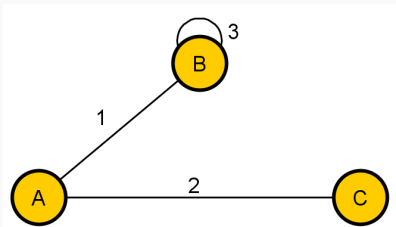


Abbildung 3: Ungerichtet/gewichtet

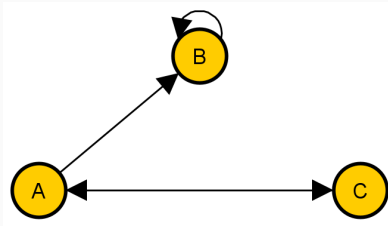


Abbildung 2: Gerichtet/ungewichtet

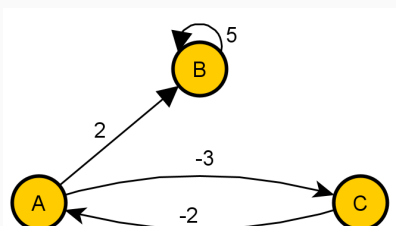


Abbildung 4: Gerichtet/gewichtet

- Zwei durch eine Kante verbundene Knoten heißen **benachbart**
- Ein Graph, bei dem mindestens zwei Knoten durch mehr als eine Kante verbunden sind, heißt **Multigraph**
- Die Anzahl an Kanten, die in einem Knoten zusammentreffen, nennt man **Grad** des Knotens
 - Eine Kante von einem Knoten zu sich selbst (Schleife) erhöht den Grad des Knotens um 2
 - Bei gerichteten Graphen unterscheidet man zwischen **Ausgangsgrad** und **Eingangsgrad**

- Eine zusammenhängende Folge von Kanten heißt **Kantenzug**
 - Knoten und Kanten dürfen auch mehrfach enthalten sein
 - Endet der Kantenzug wieder beim Anfangsknoten, so heißt der Kantenzug **geschlossen**, ansonsten **offen**
- Ein Kantenzug, der alle Kanten des Graphen genau ein Mal enthält, heißt **Eulerscher Kantenzug**
- Ein Graph heißt **zusammenhängend**, wenn es zwischen jedem Paar von Knoten mindestens einen Kantenzug gibt.

Aufgabe 1

Wähle drei Graphen aus, zeichne sie ab und markiere Eulersche Kantenzüge

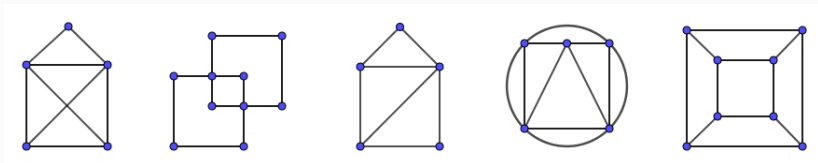


Abbildung 5: Graphen zu Aufgabe 1

Aufgabe 2

- Untersuche, ob es in den drei Graphen (geschlossene) Eulersche Kantenzüge gibt
- Suche eine allgemeine Regel, mit der sich ableiten lässt, ob ein Graph eulersche Kantenzüge hat oder nicht

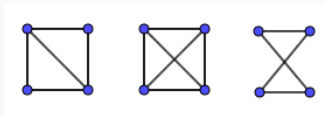


Abbildung 6: Graphen zu Aufgabe 2

Aufgabe 3 - Das Königsberger Brückenproblem

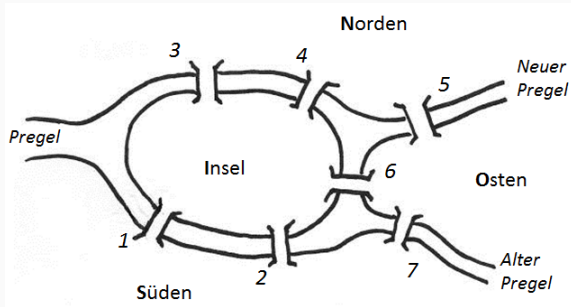


Abbildung 7: Schematische Darstellung von Königsberg im 18. Jahrhundert

- Insgesamt 7 Brücken führen über die Flüsse
 - Kann man einen Stadtrundgang planen, bei dem jede Brücke nur ein Mal überquert wird?
 - Überführe den Stadtplan zunächst in einen Graphen.

- Graphen lassen sich grafisch darstellen
 - Gut für Menschen, weniger gut für Rechner
- Graphen lassen sich als Datenstruktur mit entsprechenden Klassen/Objekten im Speicher repräsentieren
 - Schlecht für Import/Export
 - Nicht für alle Algorithmen ideal
- Weitere Darstellungsformen:
 - Adjazenzmatrix
 - Adjazenzlisten

Adjazenzmatrix

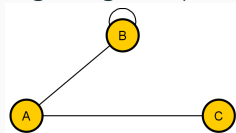
Beispiel:

Knoten	A	B	C
A	0	1	1
B	1	1	0
C	1	0	0

Formal:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Stelle eine Vermutung auf, wie diese Tabelle/Matrix zu lesen ist und der zugehörige Graph aussieht
- Zugehöriger Graph:



- Also:
 - Eine 1 in der Matrix in Zeile i und Spalte j zeigt an, dass eine Kante von Knoten i zu Knoten j existiert.

- Erläutere, wie man anhand der Adjazenzmatrix erkennen kann, ob ein Graph gerichtet oder ungerichtet ist
- Erläutere, wie sich Kantengewichte in der Adjazenzmatrix abbilden lassen

Aufgabe 5 - Adjazenzmatrix

- Zeichne einen beliebigen Graphen mit mindestens 5 Knoten
- Schreibe auf ein separates (Schmier)blatt die zugehörige Adjazenzmatrix und gib das Blatt Deinem Nachbarn
- Zeichne den Graphen, der durch die Adjazenzmatrix repräsentiert wird, die Du von Deinem Nachbarn bekommen hast
 - Vergleiche mit dessen Original

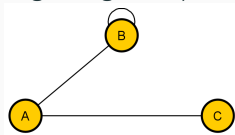
Beispiel:

A: B C

B: A B

C: A

- Stelle eine Vermutung auf, wie diese Listen zu lesen sind und der zugehörige Graph aussieht
- Zugehöriger Graph:



- Also:
 - Für jeden Knoten wird eine Liste mit dessen Nachbarn gespeichert (Adjazenzliste)

Aufgabe 6 - Adjazenzlisten

- Zeichne einen weiteren beliebigen Graphen mit mindestens 5 Knoten
- Schreibe auf ein separates (Schmier)blatt die zugehörigen Adjazenzlisten und gib das Blatt Deinem Nachbarn
- Zeichne den Graphen, der durch die Adjazenzlisten repräsentiert wird, die Du von Deinem Nachbarn bekommen hast
 - Vergleiche mit dessen Original

- Analysiere Vor- und Nachteile von Adjazenzlisten gegenüber einer Adjazenzmatrix